Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Информатика»

Класс участия: 8-9

Задача 1 (8 баллов)

Комплекс приборов, отслеживающий состояние дрона, раз в секунду выдает натуральное число, записанное в десятичной системе счисления – код состояния узлов. Если цифра десятков в записи превышает цифру единиц, код считается критическим. После того, как комплекс перестаёт отправлять сигналы, вычисляется контрольное значение, которое рассчитывается так: к удвоенной сумме критических кодов добавляется количество некритических кодов, умноженное на 10^{11}. Располагая последовательностью кодов, определите контрольное значение.

Формат ввода

На вход программе в первой строке подаётся натуральное число N ($5 \le N \le 10000$) – длина последовательности кодов от комплекса. Далее в каждой строке подаётся целое число a_i ($0 \le a_i \le 1000$) – код состояния узлов в сигнале номер i.

Формат вывода

Вывести одно число – контрольное значение для этой серии испытаний.

Пример

Ввод	Вывод
5 789 934 781 923 576	300000002714

Задача 2 (12 баллов)

В начале суток на серверах запускаются несколько задач. Каждая задача выполняется целое количество минут. Так, если задача выполняется 15 минут, то она завершится в 00.15 ровно и ни мгновением раньше либо позже. Зная, какие задачи запущены, определите, сколько из них будет завершены в первой четверти какого-либо часа суток. Если время выполнения задачи выпадает на границу первой четверти, считать, что она выполнена за первую четверть часа.

Формат ввода

На вход программе в первой строке подаётся натуральное число N ($5 \le N \le 10000$) – количество задач, которые запускаются в начале суток. Далее в каждой строке подаётся натуральное число t_i ($1 \le t_i \le 1440$ *мин*) – время выполнения задачи номер i.

Формат вывода

Вывести одно целое число – сколько задач будут выполнены в первой четверти какого-либо часа суток.

Пример

Ввод	Вывод
5 607 15 22 60 19	3

Задача 3 (16 баллов)

Компания студентов решила организовать квест на празднике. У них есть коридор, разбитый на последовательность из комнат, пронумерованных от 1 до N (от входа к выходу). В каждой комнате стоит сундук с монетами. Игрок перемещается из комнаты в комнату строго в одном направлении.

На вход в квест (в комнату №1) игрок заходит при **зеленом** свете и с **нулевым** количеством монет.

В каждой комнате есть индикатор света (Зеленый, Желтый или Красный). Действия игрока и смена света для следующей комнаты зависят от текущего цвета света и содержимого сундука:

1. **Зеленый свет:**
   - Если сундук **непустой**: игрок забирает все монеты себе. Свет в следующей комнате остается **Зеленым**.
   - Если сундук **пустой**: игрок ничего не берет. Свет в следующей комнате становится **Желтым**.
2. **Желтый свет:**
   - Если сундук **непустой**: игрок не может взять монеты. Свет в следующей комнате становится **Зеленым**.
   - Если сундук **пустой**: свет в следующей комнате становится **Красным**.
3. **Красный свет:**
   - Игрок обязан оставить в сундуке откуп (все накопленные монеты).
   - Если у игрока **есть монеты**: он отдает их (баланс становится 0). Свет в следующей комнате становится **Зеленым**.
   - Если у игрока **нет монет**: ему засчитывается **штраф**. Свет в следующей комнате остается **Красным**.

Условие победы: Игрок выигрывает, если он прошел все комнаты, не получил ни одного штрафа и вышел из коридора с количеством монет строго больше нуля. В противном случае игрок проигрывает.

Входные данные: В первой строке вводится целое число N ($0<N<1\ 000\ 000$) — количество комнат. Далее следует последовательность из N неотрицательных целых чисел — содержимое сундуков на пути от входа до выхода из коридора (каждое число на отдельной строке). Количество монет в одном сундуке не превышает 1000.

Выходные данные:

- Если игрок выиграл: в первой строке вывести латинскую букву V, во второй строке — итоговую сумму монет.
- Если игрок проиграл, то на первой строке выводится латинская буква N, а на второй номер комнаты, когда был получен **первый** штраф, или 0, если штрафа не было.

Примеры

Ввод	Вывод	Примечание
7 5 0 0 9 2 0 3	V 2	Цвет лампочек на пути игрока ЗЗЖКЗЗЖ Игрок заберет монетки в 1 комнате и оставит их в 4 комнате на откуп. В 5 комнате он возьмет 2 монетки, которые и составят его выигрыш. В последней комнате горит желтый свет, поэтому игрок не может взять монетки из сундука.
8 5 0 0 9 0 0 2 3	N 7	Цвет лампочек на пути игрока ЗЗЖКЗЖКК Игрок заберет монетки в 1 комнате и оставит их в 4 комнате на откуп. Больше монетки он собрать не сможет, так как на его пути будут пустые сундуки. В 7 комнате горит красный свет, а так как монет у игрока нет, то игрок получает штраф, в следующей - 8 комнате ситуация такая же.

Задача 4 (20 баллов)

На уроках информатики Фёдор узнал о методе шифрования RSA.

Он захотел придумать свой метод, который будет использовать пары простых чисел.

Фёдор решил, что пара простых чисел (*p, q*) будет "**подходящей**", если:

1. Количество цифр числа p (обозначим *K(p)*) и числа q (*K(q)*) удовлетворяют условию:

$K(p) \le K(q) \le K(p) + 1$.

2. Число *t*, полученное "склейкой" чисел p и q (**t = Gluing(p, q)**), также является простым числом.

Склейка" чисел ***a, b (Gluing(a, b))*** — это получение нового числа, путем "дописывания" (конкатенации) к числу **a** числа ***b***

Такие числа t Фёдор решил называть "**интересными**".

a	b	Gluing (a, b)
13	41	1341
2	11	211

Для каждого "интересного" числа t вычисляется значение $n(t) = p * q$.

Необходимо определить:

1. Количество "интересных" простых чисел на отрезке [A, B].
2. Максимальное значение n(t) среди всех "интересных" чисел на этом отрезке.

Входные данные:

В одной строке записаны через пробел два натуральных числа A и B ($10 \le A \le B < 10^7$).

Выходные данные:

Выведите два числа в отдельных строках:

1. Количество "интересных" чисел.
2. Максимальное значение n(t).

Гарантируется, что на отрезке [A, B] есть хотя бы одно "интересное" число.

Примеры:

Входные данные	Ожидаемый результат	Пояснения
20 47	2 21	На отрезке [20,47] есть простые числа 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 Из них "интересными" будут только два: 2_3 и 3_7 Максимальное значение n(t) = 3*7 = 21
100 300	6 166	"Интересными" будут числа 211, 223, 229, 241, 271, 283. Максимальное n(t) = 2*83 = 166 даст число 283 Число 233 не будет интересным, так должно разбиваться только на пару 2_33, а не на пару 23_3
1000 9999	80 7387	

Задача 5 (20 баллов)

Далекая цивилизация "Коллаторан" использовала для вычисления точки межзвёздного прыжка не линейные координаты, а уникальные числовые точки, именуемый "Точками Коллатца", генерируемые по таинственному алгоритму. Длительность полёта определялась количеством шагов, за которое число-ключ превращалось в единицу — точку сингулярности, откуда и начинался прыжок.

Ваш космический корабль оказался в секторе пространства, ограниченном некоторыми пространственными точками a и b, где a – колония цивилизации "Коллаторан", а b – главная планета. Чтобы выбрать оптимальную точку для самого долгого и впечатляющего прыжка, вам нужно проанализировать этот диапазон.

Условие:

Для двух ограничительных точек a и b ($1 \le a \le b \le 1\ 000\ 000$) найдите точку Коллатца n на отрезке [a, b], которая обладает самым длинным "звёздным путём" — последовательностью шагов по преобразованию Коллатца до достижения 1. Если таких точек будет несколько – выберите ту, которая будет ближе к главной планете цивилизации.

Алгоритм преобразования (шаг прыжка):

- Если число чётное: разделить его на 2.
- Если число нечётное: умножить его на 3 и прибавить 1.

Входные данные:

Два целых числа a и b, разделённые пробелом.

Выходные данные:

Два числа: искомое число n и длина его последовательности, разделённые пробелом.

Пример

Ввод	Вывод
10 20	19 20

*Пояснение к примеру – В диапазоне от 10 до 20 число 19 имеет самую длинную последовательность (20 шагов до достижения 1). Среди всех чисел этого диапазона его путь — самый долгий и зрелищный прыжок.

Задача 6 (24 балла)

Геологическая экспедиция исследует отдалённый район на Крайнем Севере. Для нормальной работы им необходимо топливо. Работа уже распланирована, и заранее известно, сколько топлива им понадобится на каждый день работы. Часть топлива они берут с собой, выезжая в район. Остальное топливо им будут подвозить во время работы. Существует несколько вариантов поставки топлива, которые отличаются объёмом и периодом подвоза. Определите количество вариантов поставки топлива, при которых экспедиция может работать без простоев. Следует учитывать, что:

1) Простой возникает, когда не хватает топлива на день.
2) Весь объём топлива на день берут в начале суток; если на складе 200 литров, а требуется на день 300, будет простой.
3) Топливо подвозят в конце суток, и оно будет готово к использованию на следующие сутки; если на складе было 200 литров, на день требовалось 150, а подвезли 300, то на следующий день доступны 350.
4) Вариант поставки объёмом M с периодом завоза T дней означает, что первая поставка объёмом M, произойдёт в день номер T, потом привезут такой же объём в день номер 2T и т. д.; нумерация дней идёт с единицы.

Формат ввода

На вход программе в первой строке подаётся натуральное число N ($N \le 10000$) – количество дней работы экспедиции. Во второй строке подаётся натуральное число K ($K \le 10000$) – количество вариантов поставки топлива. В третьей строке подаётся натуральное число M_0 ($M_0 \le 1000000$ *л*) – запас топлива в начале работы экспедиции. Далее в K строках подаётся по два разделённых пробелом натуральных числа M_j и t_j ($M_j \le 1000000$ *л*, $t_j \le 100$ *д*) – объём и период поставки в варианте номер j. Далее в N строках подаётся неотрицательное число m_i ($m_i \le 100000$ *л*) – объём топлива, который нужен экспедиции в день номер i.

Формат вывода

Вывести одно целое число – количество вариантов поставки топлива, при которых экспедиция может работать без простоев.

Пример

Ввод	Вывод
5 2 30 3 1 15 2 15 16 1 1 2	1